UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

iMathAS & Chance und Grenzen der e-Beweise

Prof. Dr. Engelbert Niehaus

Dr. Melanie Platz

Dr. Ingo Dahn

Jun-Prof.Dr. Kathrin Winter

Gliederung

- iMathAS – Überblick
- Anforderung & Einschränkung
- Strukture der e-Beweise
- Autorenunterstützung in iMathAS
- Semi-automatische Bewertung
- Schlussfolgerung & nächste Schritte

iMathAS - Gliederung

- **IMathAS** = web-based Internet Mathematics Assessment System (integrated CAS).
- **Gradebook:** automatische Bewertung der Mathematikübungen, Tests und Klausuren.
- **Aufgaben:** Fragen werden algorithmisch generiert und numerische und algebraische Ausdrücke werden von iMathAS bewertet. IMathAS erlaubt eine gute Darstellung von mathematischen Formeln und Graphsen
- **Randomizer** erlaubt individuelle Fragen für alle Studierenden.
- **Shared joint Repository:** Fragen können als Template Autoren abgeleitet, genutzt und modifiziert werden.

Rahmenbedingungen

- **OpenSource:** Minimierung finanzieller Rahmenbedingungen für die e-Proof-Anwendung
- **Collaboration:** Unterstützung der Autoren durch ein gemeinsam nutzbares Repository von Aufgaben.
- **Individualisierung:** Automatische Generierung von individuellen Aufgaben mit (semi-)automatischer Bewertung.
- **Hilfesystem:** Anpassung der Hilfe an die Problemlösefähigkeiten der Lernenden.
- **Integration von e-Proofs:** Copy&Paste-Integration des Codes als Aufgabe in iMathAS.

Strukture eines e-Proof

[E11] $\sum_{n=0}^{\infty} \left\| \sum_{k=0}^{n} p_k \cdot q_{n-k} \right\|$

[E12] $\sum_{n=0}^{\infty} C^n \cdot \left\| \sum_{k=0}^{n} p_k \cdot q_{n-k} \right\|$

[E13] $\sum_{n=0}^{\infty} C^n \cdot \|p_n \cdot q_n\|$

[E14] $\sum_{n=0}^{\infty} C^n \cdot \|p_n\| \cdot \|q_n\|$

[E15] $\sum_{n=0}^{\infty} C^n \cdot \left(\sum_{k=0}^{n} \|p_k \cdot q_{n-k}\| \right)$

[E16] $\sum_{n=0}^{\infty} C^n \cdot \left(\sum_{k=0}^{n} \|p_k\| \cdot \|q_{n-k}\| \right)$

Verstehen eines gegebenen Beweises

e-Proof

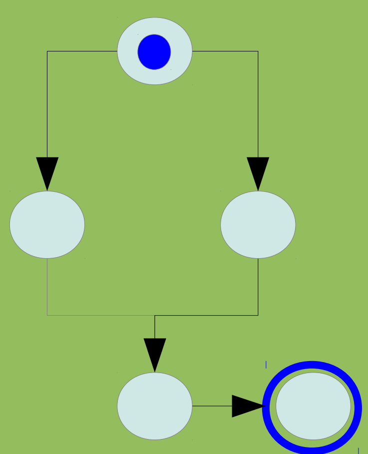
Paper & Pencil

blank piece of Paper

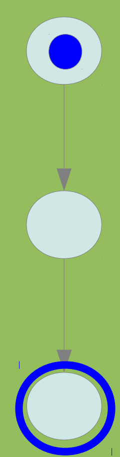
Eigene Beweise erzeugen

Struktur eines e-Beweises

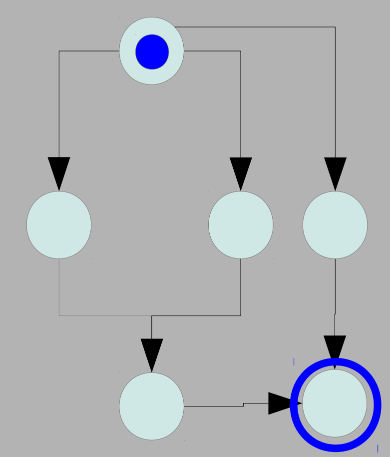
Correct Solution 1



Correct Solution 2



Solution Graph for 1 and 2



Struktur eines e-Beweises

- **(A) Beweise** wird zerlegt in Fragmente
- **(B) Fragemente** werden zerlegt in 3 Komponenten
  - **(B1) Bezug** zum vorherigen Fragment
  - **(B2) Beschreibung** des Fragments
  - **(B3) Begründung** für den Beweisschritt

Satz: ($A[t]$ normierte Algebra) Beweisen Sie die Aussage

Gegeben sind die folgenden Voraussetzungen für den Beweis:

- [P0] Sei $(A, \|\cdot\|)$ eine normierte Algebra über dem Körper $\mathbb{R}$
- [P1] Die Multiplikation $\cdot : A \times A \to A$ sei kommutativ
- [P2] Sei $A[t]$ sei die Polynomalgebra auf A und mit der Cauchymultiplikation
- [P3] Sei $C > 0$ und $|||\cdot||| : A[t] \to \mathbb{R}_0^+$ eine Abbildung mit $|||p||| := \sum_{n=0}^{\infty} C^n \cdot \|p_k\|$ und $p(t) := \sum_{n=0}^{\infty} p_k \cdot t^k$ und $\exists_{n_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n \geq n_0} p_n = 0_A \in A$

Zeigen Sie nun, dass die folgende Behauptung gilt:

- [C0] $(A[t], |||\cdot|||)$ ist eine normierte Algebra

Students View iMathAS

Beweis: Vollständig

(1) *Typ* [Start0] Direkter Beweis, dass $|||\cdot|||$ die Normeigenschaften auf der Algebra A[t] besitzt.

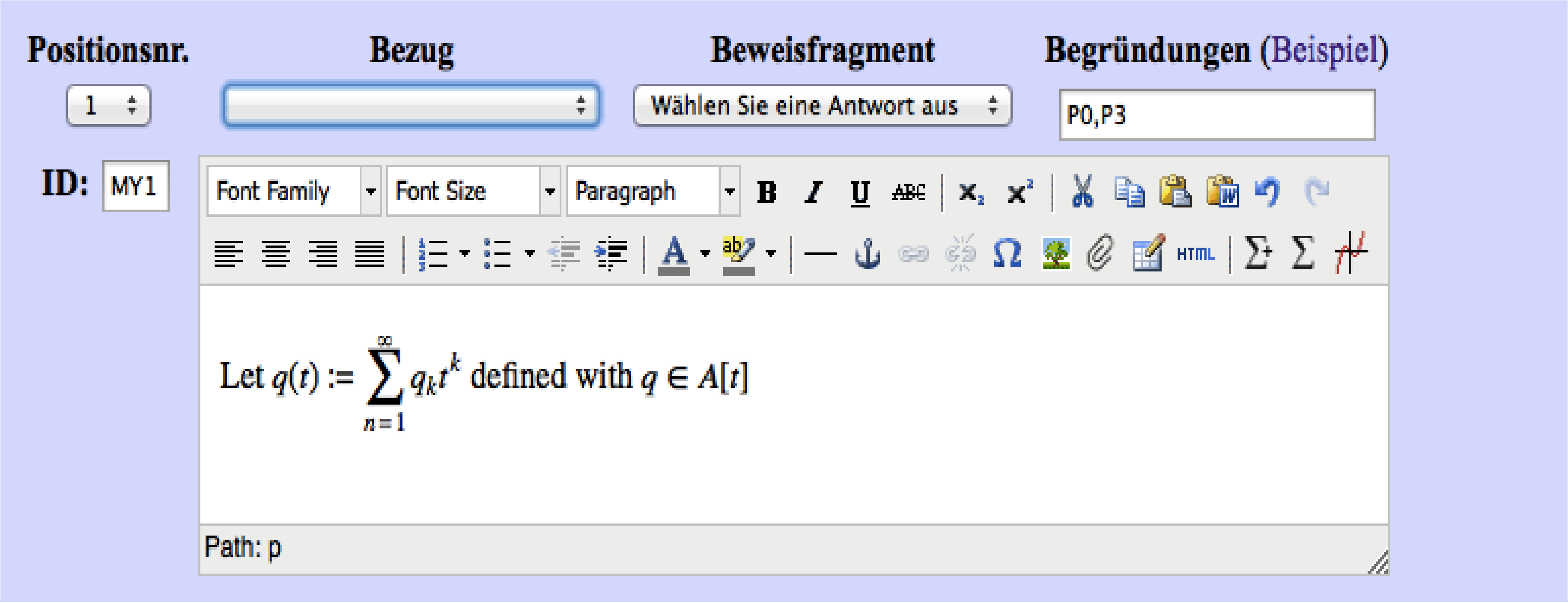
(2) [E0] $\forall_{p,q \in A[t]} : |||p + q|||$

Begründungen

- [P0] Sei $(A, \|\cdot\|)$ eine normierte Algebra über dem Körper $\mathbb{R}$

Positionsnr.	Bezug	Beweisfragment	Begründungen (Beispiel)
1	Typ	Start0	
2		E0	P0
?	Wählen Sie eine Antwort aus	Wählen Sie eine Antwort aus	

Eigene Beweiseschritte erlauben



Vordefinierte & selbst-definierte Beweisschritte

Positionsnr.	Bezug	Beweisfragment	Begründungen (Beispiel)
1		Wählen Sie eine Antwort aus	P0,P3

ID: MY1

Font Family | Font Size | Paragraph | HTML

Let $q(t) := \sum_{n=1}^{\infty} q_k t^k$ defined with $q \in A[t]$.

Path: p

Positionsnr.	Bezug	Beweisfragment	Begründungen (Beispiel)
2		E0	
3	=	E1	
?	Wählen Sie eine Antwort aus	Wählen Sie eine Antwort aus	M1

ID: MY2

Font Family | Font Size | Paragraph | HTML

My next Step using a previous self-defined step as justification. Manual Correction needed for self-defined steps.

Path: p

Gliederung

- iMathAS – Überblick
- Anforderung & Einschränkung
- Strukture der e-Beweise
- Autorenunterstützung in iMathAS
- Semi-automatische Bewertung
- Schlussfolgerung & nächste Schritte

Autorenunterstützung für Lösungsgraphen

Erzeugen des iMathAS-Codes für den Lösungsgraph über Durchklicken der Lösung

```
//-[0]Previous_Step---[1]StepID---[2]Connection---[3]necessary_Justification---[4]optional_Justification--
$so=0
$SolutionStep[$so]=array(" ","MY1"," ",array("P0","P3"),array())
$so+=1
$SolutionStep[$so]=array(" ","E0"," ",array(),array())
$so+=1
$SolutionStep[$so]=array("E0","MY2","",array("MY1"),array())
$so+=1
$MinimalProofSteps = $so
```

KEINE Eingabe des iMathAS-Codes für den Lösungsgraph notwendig.
Automatische Code-Generierung

ToDo für Autoren: Copy&Paste in die e-Proof-Definition

Automatische & manuelle Bewertung

Show Answer **Bewertung:**

(1)		[MY1] Let $q(t) := \sum_{n=1}^{\infty} q_k t^k$ defined with $q \in A[t]$.	[P0,P3]
(f) 0.0%	(f)	(f) Schritt für [MY1] existiert nicht! **manual assessment: self-defined**	manuelle Bewertung
(2)		[E0] $\forall_{p,q \in A[t]} : \lvert\lvert\lvert p + q \rvert\rvert\rvert$	
100.00%	(r)	(r) [E0] **automated assessment: pre-defined**	
(3)		[MY2] My next Step using a previous self-defined step as justification. Manual Correction needed for self-defined steps.	[MY1]
(f) 0.0%	(f)	(f) Schritt für [MY2] existiert nicht! **manual assessment: self-defined**	manuelle Bewertung
3.85%	**TOTAL**	Minimal Beweisfragmente=26 Beweisfragmente=3	-----

Fazit – Lehrveranstaltungen

- **OpenSource:** iMathAS – OpenSource
- **Collaboration:** Joint Repository support collaboration – Gemeinsamer Zugriff für Universitäten in Rheinland-Pfalz.
- **Individualisierung:** Randomizers erlaubt individuelle Aufgaben für alle Studierenden.
- **Hilfesystem:** Anpassung der Aufgabenschwierigkeit durch Conditional-Aufgaben in Abhängigkeit von der Lösung
- **Integration of e-Proof:** Copy&Paste-Integration als Aufgabe

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Selbstdefinierte Beweisschritte

Beweis: Wählen Sie eine Antwort aus

(1) [MY1]

Let $q(t) := \sum_{n=1}^{\infty} q_k t^k$ defined with $q \in A[t]$.

self-defined

Begründungen

- [P0] Sei $(A, \|\cdot\|)$ eine normierte Algebra über dem Körper $\mathbb{R}$
- [P3] Sei $C > 0$ und $|||\cdot|||: A[t] \to \mathbb{R}_0^+$ eine Abbildung mit $|||p||| := \sum_{n=0}^{\infty} C^n \cdot \|p_k\|$ und

  $p(t) := \sum_{n=0}^{\infty} p_k \cdot t^k$ und $\exists_{n_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n \geq n_0} p_n = 0_A \in A$

(2) [E0] $\forall_{p,q \in A[t]} : |||p + q|||$

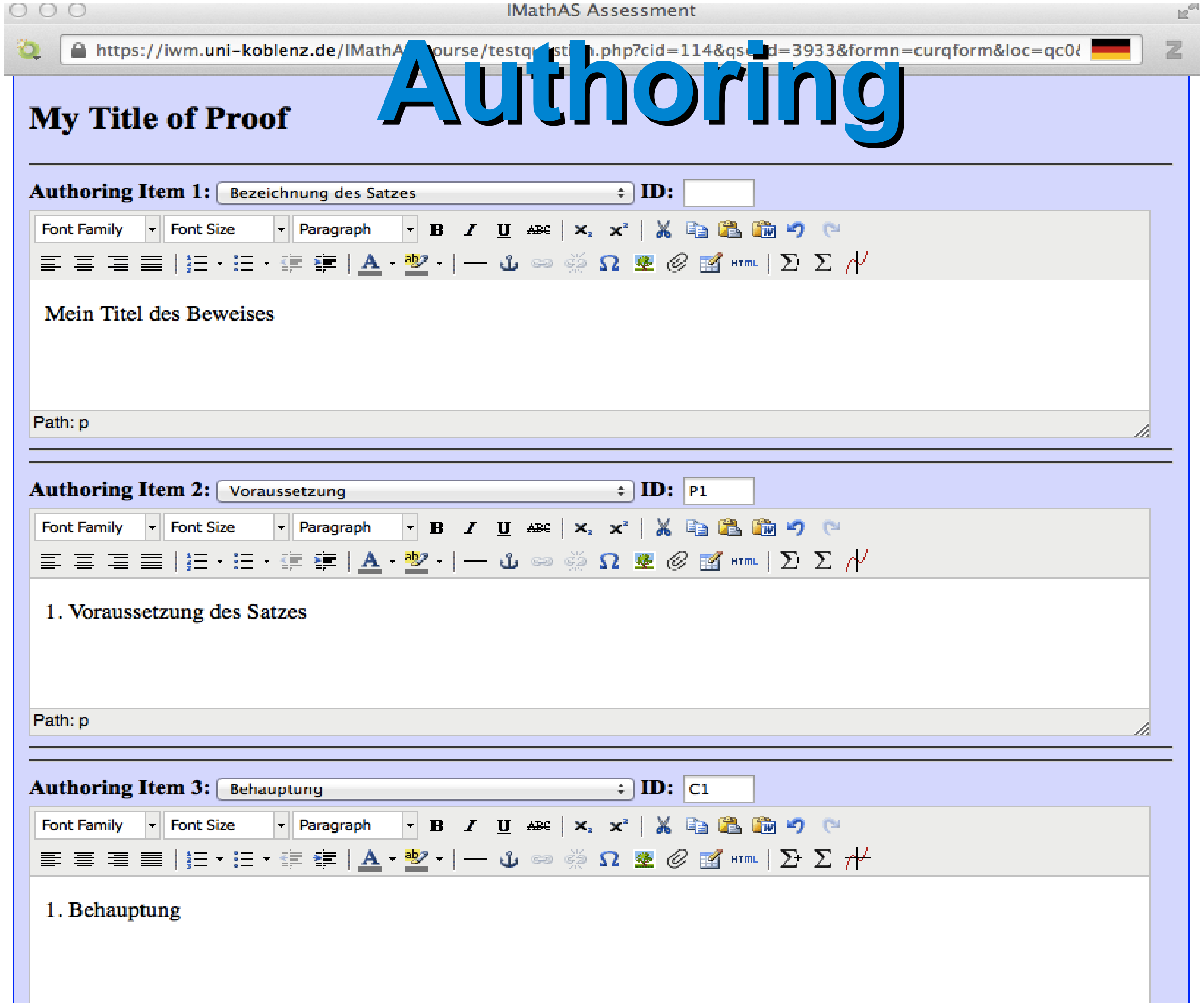
pre-defined

(3) [MY2]

My next Step using a previous self-defined step as j… on. … d for self-defined steps.

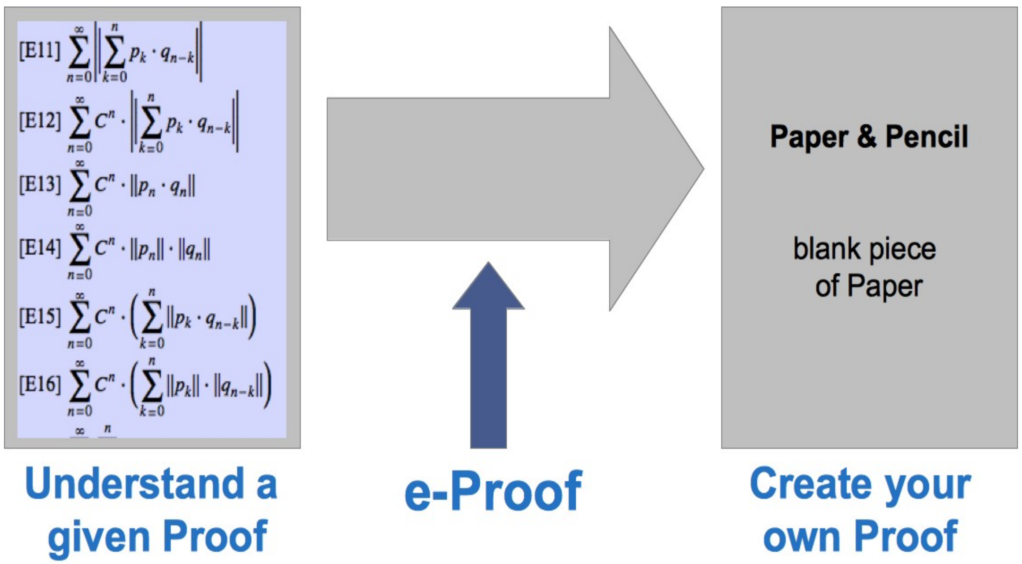
self-defined

Authoring



Common Control: AuthoringMode=1

Fazit



- **Kernfrage:** Unterstützt die e-Proof-Umgebung das Erlernen des logischen Argumentierens.
- **Ziel:** Lernende sollen Beweise auf Papier und Bleistift führen können. Zwischenstufen als e-Proof integrieren

Acknowledgements

- Jun-Prof. Dr. Kathrin Winter (Education)
- Dr. Melanie Platz (Support, Screencast, Web)
- Dr. Ingo Dahn (Support e-Proof, Debug)
- Dipl. math. Ulrike Dreyer (Support Lecture)

http://e-proof.weebly.com